PART2　絶対値を含む関数のグラフ

2　関数 $y=x^3-3|x^2-1|-1$ のグラフをかけ。

Point Pickup

場合分けにより絶対値記号をはずし，場合分け後の各関数について，定義域に注意して増減を調べグラフをかく。

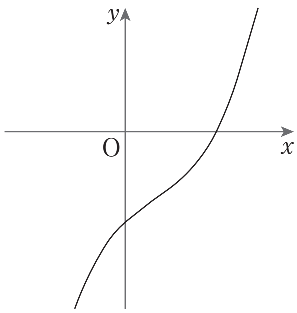
場合の分かれ目となる x の値においては y' が存在しないことがあるが，その前後で y' の符号が変化すれば，その点において極値をとる。

第15講　PART2　確認問題

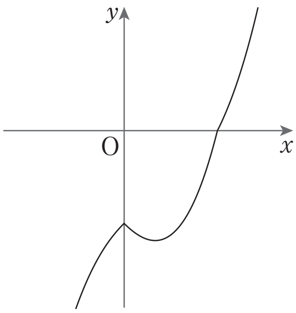
1　関数 $y=x^3-|x^2-x|-1$ のグラフをかけ。

ア

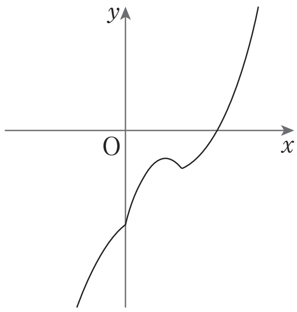
①



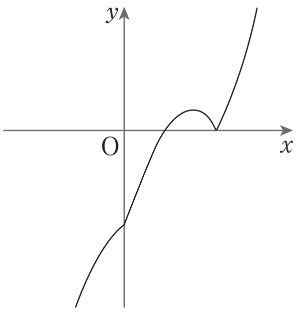
②



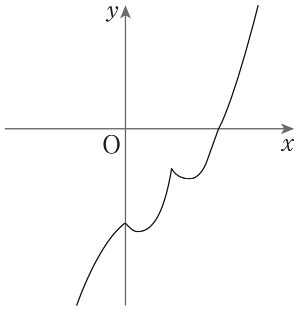
③



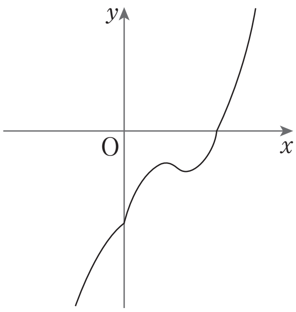
④



⑤



⑥



PART2　絶対値を含む関数のグラフ

2　関数 $y=x^3-3|x^2-1|-1$ のグラフをかけ。

$y=x^3-3|x^2-1|-1$

$$=\begin{cases} x^3-3(x^2-1)-1=x^3-3x^2+2=f_1(x) & (x\leqq -1,\ 1\leqq x) \\ x^3+3(x^2-1)-1=x^3+3x^2-4=f_2(x) & (-1\leqq x\leqq 1) \end{cases}$$

とおく。

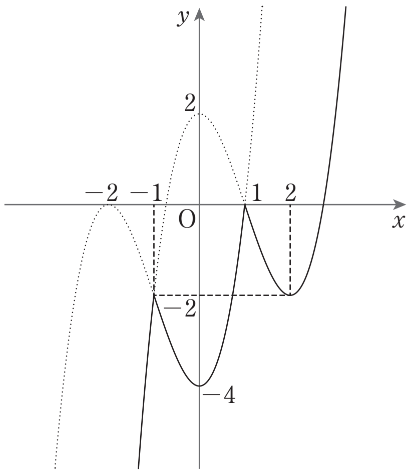
$$y'=\begin{cases} f_1'(x)=3x^2-6x=3x(x-2) & (x<-1,\ 1<x) \\ f_2'(x)=3x^2+6x=3x(x+2) & (-1<x<1) \end{cases}$$

$f_1'(x)=0$ とすると　$x=2$

$f_2'(x)=0$ とすると　$x=0$

y の増減表は以下。グラフは右図実線部分。

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$+$	／	$-$	0	$+$	／	$-$	0	$+$
y	↗	極大 -2	↘	極小 -4	↗	極大 0	↘	極小 -2	↗



第15講　PART2　確認問題 解答

1

[正解] ア：②

[解説]

$y=x^3-|x^2-x|-1$ より

$x^2-x=x(x-1)\geqq 0$ すなわち $x\leqq 0$，$1\leqq x$ のとき [A]

$$y=f_1(x)=x^3-(x^2-x)-1$$
$$=x^3-x^2+x-1$$

$x^2-x=x(x-1)\leqq 0$ すなわち $0\leqq x\leqq 1$ のとき

$$y=f_2(x)=x^3+(x^2-x)-1$$
$$=x^3+x^2-x-1$$

とおくと

$x<0$，$1<x$ のとき

$$y'=f_1'(x)=3x^2-2x+1$$
$$=3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{2}{3}>0$$

$0<x<1$ のとき

$$y'=f_2'(x)=3x^2+2x-1$$

$f_2'(x)=0$ とすると

$$(3x-1)(x+1)=0$$

$0<x<1$ より　$x=\frac{1}{3}$

よって，y の増減表は次のようになる。

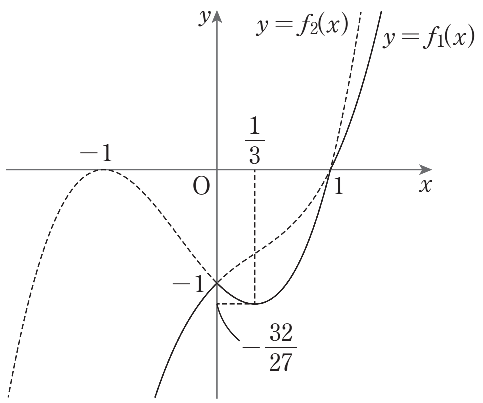
[B]

x	…	0	…	$\frac{1}{3}$	…	1	…
y'	$+$	／	$-$	0	$+$	／	$+$
y	↗	極大 -1	↘	極小 $-\frac{32}{27}$	↗	0	↗

したがって，グラフは次図の実線部分。

[A]　絶対値を含む関数のグラフをかくときは，場合分けにより絶対値記号をはずし，場合分けごとに定義域に注意して増減を調べ，グラフをかく。

[B]　場合の分かれ目において，y' が存在しないとき，その前後で y' の符号が変化すれば，その点において極値をとる。


y
y = f_2(x)
y = f_1(x)
1/3
−1
O
1
x
−1
−32/27